Title	粉体ガス研究の現状と問題点(粉体物理の現状と展望,2006年度後期基礎物理学研究所研究会)
Author(s)	早川, 尚男
Citation	物性研究 (2007), 88(2): 147-150
Issue Date	2007-05-20
URL	http://hdl.handle.net/2433/110825
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

粉体ガス研究の現状と問題点

京都大学 基礎物理学研究所　　早川　尚男 [1]

粉体ガス研究の現状と問題点を理論的側面に焦点をあててレビューする。特に問題になるのは非弾性ボルツマン方程式に限らず運動論方程式の基準解が考えている状況に応じて異なっているにもかかわらずマクロな流体的挙動にはそれほど大きな影響を与えていないように見えることである。

1　はじめに

統計力学の講義では、ミクロカノニカルやカノニカル、グランドカノニカル分布を定式化した後に、その枠組を気体に適用して、その有効性を示す。また、分子間相互作用のあるモデルとして van der Waals 気体の例を紹介し、気液転移を論じたりする。 同じことは散逸粒子の多体集団である粉体でも言えるだろう。つまり粉体の統計力学や流体力学の建設が粉体研究の目的であるならば粉体ガスの研究から入るのが自然である。

粉体ガスの研究の最大の問題点は重力の影響が無視できないが故に地上実験が出来ないことである。現在、航空機実験を使って擬似的な粉体ガスを実現しようという試みが続けられているが、外場の影響がなく浮遊した状態の継続時間はきわめて短い。ガス状態を保つには空気等を使って浮遊させるか、或いは加振して落下するまでの状態を観測するかのいずれかを用いる場合が多い。しかし前者は流体力学相互作用を通した複雑な多体効果が本質であり、後者は放物運動をする粒子系ということでガス系とは大きく特徴が異なる。従って本稿では実験的研究の詳細は割愛する。また粒子シミュレーションだけでは現象の理解に繋がらないので本稿では説明を割愛する。

粉体ガスの理論的研究は専ら運動論的手法に基づく。その中で最もポピュラーなアプローチは非弾性ボルツマン方程式を用いるものである。通常のボルツマン方程式ですら厳密解を得ることはできないので、通常は非弾性ボルツマン方程式から Chapman-Enskog 法等に基づき輸送係数を決定し、流体モードの時間発展を近似的に求める。この手法を人工的であるが高温で一様な状態から出発して非弾性衝突によってエネルギーを失う自由冷却現象やせん断によって実現する Couette 流等に適用する。[2]この手法は粉体の理論的な研究に対してほぼ唯一精緻な理論として発展し、系統的な教科書が書かれるに至った。[1]　勿論このアプローチには幾つかの欠点と正当性への疑問がある。まず考えられる疑問はボルツマン方程式で問題になった衝突数の仮定が正しいのかということである。つまり言葉を変えれば多体相関の効果が無視できないのではないかという問題である。似て非なる疑問は一様なガス状態が一般に不安定であり、Couette 流ではか

[1] E-mail: hisao@yukawa.kyoto-u.ac.jp

[2] Poiseuille 流に対する解析が少ないのは空気の影響なしに定常化することが難しく、境界条件に強く依存し、一般に定常流が不安定であるからである。

なり高濃度の流れが実現するために稀薄極限で正しいと思われる非弾性ボルツマン方程式が使えないのではないかという疑問もあるだろう。非弾性ボルツマン方程式を認めた場合でも衝突によるエネルギーロスがあるために、衝突積分が有限に残る解を空間一様な基準解として求める必要があり、それをどのように求めるかということである。それに付随して Couette flow と自由冷却とでは一般に基準解が異なる筈であり、輸送係数を含めた流体力学的状態が異なるべきである点である。また粒子表面がラフであることから衝突に伴い粒子が滑ったり回転したりするが、その影響はどのように現れるのかも議論の対象になるであろう。本稿ではこれらの点について注意しながら現況を解説する。

2 モデル

粒子衝突に際に相対速度 $\mathbf{v_r} = \mathbf{v} - \mathbf{v}_1$ が $\mathbf{v_r}'$ に変化するハードコア的な衝突においてはねかえり係数 e を

$$\mathbf{v_r}' \cdot \mathbf{n} = -e(\mathbf{v_r} \cdot \mathbf{n}) \tag{1}$$

で導入する. ここで $\mathbf{n}$ は接触した際の共通法線である. 本当ははねかえり係数 e は定数ではなく, 接線方向の衝突でもエネルギー散逸があるがその影響は無視して $0 \le e \le 1$ の定数とする. (1) 式に従う1回の衝突あたり運動エネルギーは

$$\Delta E = -\frac{1-e^2}{4} m(\mathbf{v_r} \cdot \mathbf{n})^2 \tag{2}$$

だけ変化する。

ここで粒径 σ の2粒子間の衝突によって粒子速度がそれぞれ $(\mathbf{v}^*, \mathbf{v}_1{}^*)$ から $(\mathbf{v}, \mathbf{v}_1)$ に変化すると、非弾性ボルツマン方程式は

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f = \sigma^2 \int d\mathbf{v}_1 \int d\Omega \Theta(\mathbf{v}_r \cdot \mathbf{n})[\frac{f^* f_1{}^*}{e^2} - f f_1] \tag{3}$$

で与えられる。但し $f = f(\mathbf{v})$, $f_1 = f(\mathbf{v}_1)$, $f^* = f(\mathbf{v}^*)$ 等であり、$\Theta(x)$ は $x > 0$ に対して $\Theta(x) = 1$ でそれ以外は $\Theta(x) = 0$ という関数である。

このモデルの正当性への疑問は以下のようなものであろう。(i) 衝突数の仮定が実現するには系はエルゴディックである必要があるが、その保証はない。(ii) 相関の効果が無視されており、不均一性が無視できない粉体ガス系の記述に適さない。(iii) 物理的に重要な殆どの系では高濃度粉体ガスが実現しており、ボルツマン近似は実際上役に立たない。それにもかかわらずいろいろな意味で有用な情報を与えていることは事実であり、実用上では平衡の相関のみを取り入れた剛体系への非弾性 Enskog 方程式が用いられて定量的に粉体の流体現象をミクロレベルから予言することに成功している。[2, 3, 4] この成功は特に斜面流やせん断流で顕著であり、Bagnold scaling やそれで捉えられない特徴的な粉体のレオロジーを明らかにしている。[5, 6, 7] また速度相関の効果も少なくとも自由冷却状態では現象論的に論じられて非平衡系特有の長距離相関の存在が予言され、シミュレーションと良好な一致を見ている。[8] 相関の問題は非平衡系の運動論では共通の問題であり、それを系統的に取り入れる方法論自体は存在する。それらが技術的な困難とそれに伴って説明できる現象の乏しさの狭間で研究の進展に乏しいとは云え、原理的には一般化されたボルツマン方程式等によって多体相関を系統的に取り入れることは可能であろう。

3　現状の理論的研究の問題点

前節末尾にまとめた楽観論にもかかわらず、理論的研究の現状は混乱している側面が多い。それを詳細に見るために非弾性ボルツマン方程式 (3) の解析における技術的側面に焦点をあててみよう。

通常のボルツマン方程式であれば、衝突不変量をかけて衝突積分のモーメントを作ったら、それがゼロになる。このとき運動量保存はフレームの変換に対する不変性を表しているだけであり、粒子数は言わば規格化に効くだけなので、平衡分布が衝突不変量であるエネルギーの関数となる、というのが初等輸送論の教えるところである。しかし粉体ガスではエネルギーが衝突不変量ではなく、衝突積分のエネルギーモーメントもゼロではない。また物理的にも外力がないとエネルギーを失って冷却していくので平衡状態は存在しない。従って平衡分布が存在せず、それに対する H 定理も、局所平衡状態もなく、本来そのまわりでの空間変調を考慮した Chapman-Enskog 法等の摂動論の使用には注意が必要である。

抽象論を離れて摂動論のためには基準解の存在が必要である。逆に言えば平衡解がない場合にでも基準解をベースにして摂動論を構成できる。衝突積分のモーメントをゼロにする保存量を用いた平衡解が使えないのであれば、その基準解は衝突積分と他の項のバランスによって決まる筈である。例えば自由冷却であれば、空間変調が摂動効果として入るので、(3) 式であれば $(\mathbf{v}\cdot\nabla)f$ の項を落とした方程式を解いて初めて基準解が得られる。[1, 9] 一方、せん断の問題であれば、むしろ時間微分を落とし、x 軸に平行で y 方向へ速度勾配一定な一様せん断流 $\mathbf{u}=\dot{\gamma}y\mathbf{e}_x$ をベースにした

$$-\dot{\gamma}v_y\frac{\partial}{\partial v_x}f(\mathbf{v})=\sigma^2\int d\mathbf{v}_1\int d\Omega\Theta(\mathbf{v}_r\cdot\mathbf{n})[\frac{f^*f_1{}^*}{e^2}-ff_1] \tag{4}$$

を解いて初めて基準解が得られる筈である。実際、一様冷却状態に対する基準解の研究は進んでおり、同時に一様せん断流に対する基準解に対する研究も存在しており [10, 11]、両者の解は全く異なったものとなっている。これらはいずれも弾性極限近傍で級数解の形で求まっており、コンパクトな形にまとまっていない。このように考えている問題によって基準解が異なり、統計的性質が異なることは分子気体では見られない特徴となっている。

一方で、現実に即して流体力学を論じる際には最低でも Enskog 近似で輸送係数を決定した後に流体方程式を解くという作業が必要になる。これらの作業は単調ではあるが煩雑な計算を必要としており、一様冷却状態をベースにした信頼のできる計算がようやく現れた段階にある。ところが著者を含めて多くの研究者はせん断の問題に一様冷却状態を基準にした方程式の解を基準にして摂動論を実行し、それがかなりの精度で流体力学の定量的記述に役に立ってしまうことが逆に問題となっている。[6, 7] 無論、最近の研究では両者の違いがマクロな挙動にも現れるという理論的予言も出ており [12]、予断を許さないが、現状ではその違いが顕著に現れる現象を明示的にした研究はない。

しかしこのヒントになりそうなのは (非平衡) 相関効果の問題である。即ち、自由冷却の問題では見るからに相関効果が重要であり、無視できないが、一方でせん断流の問題では相関効果が小さいことが経験的に知られている。しかし、そのことを系統的に研究した論文はなく、今後明らかになっていく問題であろう。この相関効果の有無を通してせん断流と自由冷却の違いがはっきりすれば混乱した状況も改善するであろう。また単純せん断以外の物理的な流動現象に関しても何がどうなっているのかをはっきりさせる研究が今後進展していくものと思われる。

4 まとめ

本稿ではごく簡単に粉体ガスの理論的研究の現状についてまとめてみた。技術的困難さを除くとやるべきこととその影響ははっきりしており理論物理の典型的問題となっていることが分かる。おそらく近い将来にこれらの問題は解決され粉体流の理解が飛躍的に進むものと思われる。尚、粒子の同時接触が問題になるより高濃度の流れに関してはもはやガス系とは呼べず、本稿の対象としていないことをお断りする。

参考文献

[1] N. V. Brilliantov and T. Pöschel, *Kinetic Theory of Granular Gases* (Oxford Univ. Press, Oxford, 2004).

[2] J. T. Jenkins and M. W. Richman, *Phys. Fluids* **28**, 3485, (1985).

[3] V. Garzo and J. W. Dufty, *Phys. Rev. E* **59**, 5895, (1998).

[4] J. F. Lutsko, *Phys. Rev. E* **72**, 021306 (2005).

[5] O. Pouliquen, *Phys. Fluids*, **11**, 542, (1999).

[6] N. Mitarai and H. Nakanishi, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 128001, (2005).

[7] K. Saitoh and H. Hayakawa, Phys. Rev. E (to be published).

[8] T. P. J. van Noije, M. H. Ernst, R. Brito and J. A. G. Orza, Phys. Rev. Lett. **79**, 411 (1997), T. P. C. an Noije, M. H. Ernst and R. Brito, Physica A **251**, 266 (1998), T. P. C. van Noije and M. H. Ernst, Phys. Rev. E **61**, 1765 (2000).

[9] T. P. C. van Nojie and M. H. Ernst, Granular Matter, **1**, 57 (1998).

[10] N. Sela, I. Goldhirsch, and S. H. Noskowicz, Phys. Fluids **8**, 2337 (1998).

[11] J. F. Lutsko, Phys. Rev. E **70**, 06110 (2004).

[12] A. Santos, V. Garzó and J. W. Dufty, Phys. Rev. E **69**, 061303 (2004).